Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Rakende grafieken

1 maximumscore 4

- $f(0)=-1$ (dus $B(0,-1)$) 1
- $f(x)=0$ geeft $\frac{1}{\sqrt{3x+1}}-2=0$ en dus $\sqrt{3x+1}=\frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft $x=-\frac{1}{4}$ (dus $A(-\frac{1}{4},0)$) 1
- $AB=\sqrt{(\frac{1}{4})^2+1^2}=\frac{1}{4}\sqrt{17}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

2 maximumscore 3

- $f(0,81)=-1,46...$ 1
- $-1,46...=-2\cdot(0,81)^2+3\cdot 0,81+p$ 1
- (Dit geeft $p=-2,57...$ dus) het eindantwoord: $-2,6$ 1

3 maximumscore 6

- $f'(x)=-\frac{3}{2(3x+1)\sqrt{3x+1}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- $g'(x)=-4x+3$ 1
- $f'(x)=g'(x)$ (dus $-4x+3=-\frac{3}{2(3x+1)\sqrt{3x+1}}$) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit levert $x_C=0,809$ 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Stedelijke gebieden

4 maximumscore 3

- Er geldt $(\log(N) =)\ \log(1\,000\,000) = 6$ — 1
- Uit de grafiek aflezen: $\log(W) = 3{,}6$ — 1
- Het eindantwoord: ($W = 10^{3{,}6} = 3981{,}0...$ dus) 4000 (mijl) — 1

Opmerking
Bij het aflezen van $\log(W)$ *is een marge van 0,1 toegestaan.*

5 maximumscore 4

- Er geldt $\log(650) = a \cdot \log(100\,000) + b$ en $\log(31\,000) = a \cdot \log(10\,000\,000) + b$ — 1
- Bijvoorbeeld $b = \log(650) - a \cdot \log(100\,000)$ en $b = \log(31\,000) - a \cdot \log(10\,000\,000)$ — 1
- De vergelijking $\log(650) - a \cdot \log(100\,000) = \log(31\,000) - a \cdot \log(10\,000\,000)$ moet worden opgelost — 1
- Dit geeft $a = 0{,}84$ en dan is $b = -1{,}38$ — 1

of

- $a = \dfrac{\Delta \log(W)}{\Delta \log(N)}$ — 1
- $a = \dfrac{\log(31\,000) - \log(650)}{\log(10\,000\,000) - \log(100\,000)}$ — 1
- Dan is (bijvoorbeeld) $b = \log(650) - \dfrac{\log(31\,000) - \log(650)}{\log(10\,000\,000) - \log(100\,000)} \cdot \log(100\,000)$ — 1
- Dit geeft $a = 0{,}84$ en $b = -1{,}38$ — 1

of

- Er geldt $\begin{cases} \log(650) = a \cdot \log(100\,000) + b \\ \log(31\,000) = a \cdot \log(10\,000\,000) + b \end{cases}$ — 1
- Beschrijven hoe dit stelsel kan worden opgelost — 2
- Hieruit volgt $a = 0{,}84$ en $b = -1{,}38$ — 1

Opmerking
In het derde antwoordalternatief mogen voor het tweede antwoordelement 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

6 maximumscore 3

- Als N twee keer zo groot is, is W $2^{\frac{5}{6}}$ keer zo groot 1
- $2^{\frac{5}{6}} = 1,781...$ 1
- Dus (de lengte van het wegennet van gebied B is) (ongeveer) 78% (groter) (dan de lengte van het wegennet van gebied A) 1

Opmerking
Als een kandidaat met behulp van een getallenvoorbeeld rekent, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

7 maximumscore 4

- $D = \dfrac{N}{0,043 \cdot N^{\frac{5}{6}}}$ 1
- Dit is te schrijven als $D = \frac{1}{0,043} \cdot N^{\frac{1}{6}}$ $(= 23,2... \cdot N^{\frac{1}{6}})$ 1
- $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{0,043} \cdot N^{-\frac{5}{6}}$ $(= 3,87... \cdot N^{-\frac{5}{6}})$ 1
- $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}$ is altijd groter dan 0 (of de grafiek van $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N}$ ligt altijd boven de N-as) (dus de grafiek van D is stijgend) 1

Rechthoek om cirkels

8 **maximumscore 5**

- (De y-coördinaat van M_1 is 3 en de straal van c_1 is 3, dus) $y_C = y_D = 6$ 1
- (De straal van c_2 is 2, dus) de y-coördinaat van M_2 is $y_C - 2 = 4$ 1
- $M_1M_2 = (3 + 2 =)\ 5$ 1
- Voor de x-coördinaat van M_2 geldt $5^2 = x^2 + 1^2$ 1
- Hieruit volgt $x = \sqrt{24}$ $(= 2\sqrt{6})$ (en de coördinaten van M_2 zijn dus $(2\sqrt{6}, 4)$) 1

9 **maximumscore 3**

- $\sin(\alpha) = \dfrac{M_2N}{M_2M_3}$ 1
- $r + M_2N = 2$, dus $M_2N = 2 - r$ 1
- $M_2M_3 = 2 + r$ (dus $\sin(\alpha) = \dfrac{2-r}{r+2}$) 1

Exoten en rodelijstsoorten

10 maximumscore 4

- De groeifactor over de periode 1910-1950 is $\frac{46}{22}$ 1
- Dus de groeifactor per 10 jaar is $\left(\frac{46}{22}\right)^{\frac{1}{4}}$ 1
- $\left(\frac{46}{22}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,2024...$ 1
- Het gevraagde percentage is 20,2(%) 1

of

- De vergelijking $22 \cdot g^4 = 46$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt $g = 1,2024...$ 1
- Het gevraagde percentage is 20,2(%) 1

11 maximumscore 4

- De vergelijking $1,20^t = 2$ (met t in tientallen jaren) moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt $t = 3,80...$ 1
- Het aantal exoten is voor het eerst verdubbeld na 39 jaar 1

of

- Voor de groeifactor per jaar g geldt $g = (1,20)^{\frac{1}{10}}$ waaruit volgt dat $g = 1,018...$ 1
- De vergelijking $1,018...^t = 2$ (met t in jaren) moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt $t = 38,0...$ dus het aantal exoten is voor het eerst verdubbeld na 39 jaar 1

Opmerkingen

– *Het eindantwoord 38 jaar ook goed rekenen.*
– *Als een kandidaat met een nauwkeuriger waarde van de groeifactor per tien jaar werkt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Vraag	Antwoord	Scores

12 **maximumscore 5**

- Aflezen van het percentage voor 2004 geeft 89% 1
- Dit geeft voor 1997 het aantal van 780 rodelijstsoorten 1
- Hieruit volgt in het lineaire verband een afname van ($\frac{0,11 \cdot 780}{7} =$) 12,25… soorten per jaar 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($780 - 23 \cdot 12,25... = 498,0...$ dus) 498 rodelijstsoorten 1
- Het gevraagde verschil is $551 - 498 = 53$ 1

of

- Aflezen van het percentage voor 2004 geeft 89% 1
- Dit geeft voor 1997 het aantal van 780 rodelijstsoorten 1
- 11% daling in 7 jaar geeft ($11 \cdot \frac{23}{7} =$) 36,14…% daling in 23 jaar 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($0,6385... \cdot 780 = 498,0...$ dus) 498 rodelijstsoorten 1
- Het gevraagde verschil is $551 - 498 = 53$ 1

of

- Aflezen van het percentage voor 2004 geeft 89% 1
- Dit geeft voor 1997 het aantal van 780 rodelijstsoorten 1
- Hieruit volgt in het lineaire verband een afname van ($\frac{780 - 694}{7} =$) 12,28… soorten per jaar 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($780 - 23 \cdot 12,28... = 497,4...$ dus) 497 rodelijstsoorten 1
- Het gevraagde verschil is $551 - 497 = 54$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Aflezen van het percentage in (bijvoorbeeld) 2014 geeft $(\frac{7,2}{10} \cdot 100\% =)\ 72\%$ — 1
- Hieruit volgt in het lineaire verband een afname van $(\frac{100-72}{17} =)\ 1,64...\%$ per jaar — 1
- Dit geeft voor 2004 en 2020 een percentage van $(100 - 7 \cdot 1,64... =)\ 88,47...$ respectievelijk $(72 - 6 \cdot 1,64... =)\ 62,11...$ — 1
- Dit geeft voor 2020 het aantal van ($\frac{62,11...}{88,47...} \cdot 694 = 487,2...$ dus) 487 rodelijstsoorten — 1
- Het gevraagde verschil is $551 - 487 = 64$ — 1

Opmerking
Bij het aflezen van de percentages is een marge van 2 procentpunten toegestaan.

Vraag	Antwoord	Scores

Drie snijpunten

13 maximumscore 4

- De x-coördinaat van het ‘beginpunt’ is $\frac{2}{3}\pi$ — 1
- De periode van f is 2π — 1
- Het eerste minimum is een kwart periode eerder dus de x-coördinaat van P is $\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2}\pi = \frac{1}{6}\pi$ — 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $(-1-2=)-3$ — 1

of

- Uit $-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=-3$ volgt $\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=-1$ — 1
- $x-\frac{2}{3}\pi = 1\frac{1}{2}\pi + k\cdot 2\pi$ — 1
- $x = 2\frac{1}{6}\pi + k\cdot 2\pi$ dus de x-coördinaat van P is $\frac{1}{6}\pi$ — 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $(-1-2=)-3$ — 1

of

- De coördinaten van een top van $y=\sin(x)$ zijn $\left(-\frac{1}{2}\pi, -1\right)$ — 1
- Verschuiving van $\frac{2}{3}\pi$ naar rechts levert de coördinaten $\left(\frac{1}{6}\pi, -1\right)$(van een top van $y=\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$) — 1
- Vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as met factor 2 levert de coördinaten $\left(\frac{1}{6}\pi, -2\right)$(van een top van $y=2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$) — 1
- Verschuiving van 1 naar beneden levert de coördinaten $\left(\frac{1}{6}\pi, -3\right)$ van P, (top van $y=-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

14 **maximumscore 5**

- Uit $-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=0$ volgt $\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}$ — 1
- Dit geeft $x-\frac{2}{3}\pi=\frac{1}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ of $x-\frac{2}{3}\pi=\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ — 1
- Hieruit volgt $x=\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ of $x=\frac{9}{6}\pi+k\cdot 2\pi$ — 1
- De x-coördinaten van A, B en C zijn achtereenvolgens $\frac{5}{6}\pi$, $\frac{9}{6}\pi$ en $2\frac{5}{6}\pi$ — 1
- De gevraagde factor is $a=\dfrac{2\frac{5}{6}\pi-\frac{9}{6}\pi}{\frac{9}{6}\pi-\frac{5}{6}\pi}=2$ — 1

of

- Uit $-1+2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=0$ volgt $\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)=\frac{1}{2}$ — 1
- Dit geeft voor de x-coördinaat van A: $x-\frac{2}{3}\pi=\frac{1}{6}\pi$ dus $x=\frac{5}{6}\pi$ — 1
- Voor de x-coördinaat van de top tussen A en B geldt: $x=x_P+\pi=\frac{1}{6}\pi+\pi$ dus de x-coördinaat van B is $1\frac{1}{6}\pi+\frac{2}{6}\pi=1\frac{1}{2}\pi$ — 1
- De periode van f is 2π dus de x-coördinaat van C is $2\frac{5}{6}\pi$ — 1
- De gevraagde factor is $a=\dfrac{2\frac{5}{6}\pi-1\frac{1}{2}\pi}{\frac{9}{6}\pi-\frac{5}{6}\pi}=2$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Functie met log

15 maximumscore 3

- Een verticale asymptoot treedt op als $2x^2+3x=0$ — 1
- $x(2x+3)=0$ — 1
- ($x=0$ of $x=-\frac{3}{2}$ dus) de x-coördinaat van S is $-\frac{3}{2}(=-1\frac{1}{2})$ — 1

16 maximumscore 5

- Uit ${}^4\log\left(\dfrac{2}{2x^2+3x}\right)=0$ volgt $\dfrac{2}{2x^2+3x}=1$ — 1
- Hieruit volgt $2x^2+3x=2$ dus $2x^2+3x-2=0$ — 1
- Dit geeft $(2x-1)(x+2)=0$ (of het gebruik van de abc-formule) — 1
- $x=\frac{1}{2}$ of $x=-2$ — 1
- Het eindantwoord: $A(-2,0)$ en $B(\frac{1}{2},0)$ — 1

17 maximumscore 3

- ${}^4\log\left(\dfrac{2}{2x^2+3x}\right)$ is te schrijven als ${}^4\log(2)-{}^4\log(2x^2+3x)$ (of $\frac{1}{2}-{}^4\log(2x^2+3x)$) — 1
- Dit is te schrijven als ${}^4\log(4^{\frac{1}{2}})-{}^4\log(x(2x+3))$ — 1
- Dit is te schrijven als $\frac{1}{2}-({}^4\log(x)+{}^4\log(2x+3))$ en dit is te schrijven als $\frac{1}{2}-{}^4\log(x)-{}^4\log(2x+3)$ (dus $f(x)=\frac{1}{2}-{}^4\log(x)-{}^4\log(2x+3)$) — 1

Opmerking
Als een kandidaat uitgaat van de tweede gegeven formule en daarmee de juistheid van de eerste formule aantoont, dit ook goed rekenen.

In de schijnwerper

18 maximumscore 3

- $\tan(25^\circ) = \dfrac{r}{300}$ met r de straal van de cirkelvormige lichtvlek 1
- $r = 139{,}89...$ 1
- Het eindantwoord: ($\pi \cdot (139{,}89...)^2 = 61\,480{,}5...$ dus) 61 481 (cm^2) 1

19 maximumscore 3

- $\angle VSQ = 50^\circ + \alpha$ en dus ($\angle PQS =$) $180^\circ - 90^\circ - (50^\circ + \alpha) = 40^\circ - \alpha$ 1
- Gebruik van de sinusregel (in driehoek PSQ) geeft $\dfrac{SP}{\sin(40^\circ - \alpha)} = \dfrac{500}{\sin(50^\circ)}$ 1
- Dit geeft $SP = \dfrac{500}{\sin(50^\circ)} \cdot \sin(40^\circ - \alpha)$ ($\approx 653 \cdot \sin(40^\circ - \alpha)$) 1

20 maximumscore 4

- De vergelijking $\dfrac{300}{\cos(\alpha)} = 653 \cdot \sin(40^\circ - \alpha)$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $\alpha = 11{,}9...^\circ$ 1
- Het eindantwoord: ($11{,}9...^\circ + 25^\circ = 36{,}9...^\circ$ dus) 37° 1

Bronvermeldingen

In de schijnwerper

foto	bron: Shutterstock - ID 88188496 - fotograaf SkillUp